

### 3.4. FUNKCJA LINIOWA – ZADANIA TEKSTOWE

Przykład 3.4.1. Ojciec i syn mają razem 47 lat. Sześć lat temu ojciec był 6 razy starszy od syna. Ile lat ma obecnie każdy z nich ?

Rozwiązanie	Komentarz
$x$ – wiek ojca $y$ – wiek syna	Wprowadzamy niewiadome.
$x + y = 47$	Układamy pierwsze równanie wykorzystując: <i>Ojciec i syn mają razem 47 lat.</i>
$x - 6$ - wiek ojca sześć lat temu $y - 6$ - wiek syna sześć lat temu  $x - 6 = 6(y - 6)$	Układamy drugie równanie wykorzystując: <i>Sześć lat temu ojciec był 6 razy starszy od syna.</i>
$\begin{cases} x + y = 47 \\ x - 6 = 6(y - 6) \end{cases}$	Budujemy układ równań z dwiema niewiadomymi.
$\begin{cases} x + y = 47 \\ x - 6 = 6(y - 6) \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 47 \\ x - 6 = 6y - 36 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 47 \\ x - 6y = -30 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 47 - y \\ 47 - y - 6y = -30 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 47 - y \\ -y - 6y = -30 - 47 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 47 - y \\ -7y = -77 / : (-7) \end{cases}$ $\begin{cases} x = 47 - y \\ y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 47 - 11 \\ y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 36 \\ y = 11 \end{cases}$ <p>Odp. Ojciec ma 36 lat, a syn 11 lat.</p>	Układ równań porządkujemy i rozwiązujemy metodą podstawiania.

Przykład 3.4.2. Suma trzech kolejnych liczb parzystych jest równa 102. Jakie to liczby?

Rozwiązanie	Komentarz
Szukane liczby parzyste: $2k, 2k + 2, 2k + 4 \quad k \in C$	Wprowadzamy niewiadome.
$2k + 2k + 2 + 2k + 4 = 102$ $2k + 2k + 2k = 102 - 2 - 4$ $6k = 96 / : 6$ $k = 16$	Układamy i rozwiązujemy równanie
$2k = 2 \cdot 16 = 32$ $2k + 2 = 32 + 2 = 34$ $2k + 4 = 32 + 4 = 36$  sprawdzenie: $32 + 34 + 36 = 102$  Odp. Szukane liczby to: 32, 34, 36.	Obliczamy szukane liczby parzyste.

Przykład 3.4.3. Jeżeli do liczby dwucyfrowej dodamy cyfrę jej dziesiątek to otrzymamy 26.

Jeżeli w liczbie dwucyfrowej przestawimy cyfry i od otrzymanej liczby odejmiemy sumę jej cyfr, to otrzymamy 36. Znajdź te liczby.

Rozwiązanie	Komentarz
$x$ – cyfra jedności $x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $y$ – cyfra dziesiątek	Wprowadzamy niewiadome.
$10y + x$ – szukana liczba	
$10y + x + y = 26$	Układamy pierwsze równanie wykorzystując: <i>Jeżeli do liczby dwucyfrowej dodamy cyfrę jej dziesiątek to otrzymamy 26.</i>
$10x + y$ – liczba po przestawieniu cyfr $10x + y - (x + y) = 36$	Układamy drugie równanie wykorzystując: <i>Jeżeli w liczbie dwucyfrowej przestawimy cyfry i od otrzymanej liczby odejmiemy sumę jej cyfr, to otrzymamy 36.</i>
$\begin{cases} 10y + x + y = 26 \\ 10x + y - (x + y) = 36 \end{cases}$	Budujemy układ równań.

$\begin{cases} x + 11y = 26 \\ 10x + y - x - y = 36 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 11y = 26 \\ 9x = 36 / :9 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 11y = 26 \\ x = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4 + 11y = 26 \\ x = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} 11y = 22 / :11 \\ x = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}$	<p>Układ równań porządkujemy i rozwiązujemy.</p>
$10y + x = 10 \cdot 2 + 4 = 24$ <p>Odp. Szukana liczba to 24.</p>	<p>Wyznaczamy szukaną liczbę.</p>

Przykład 3.4.4. Oblicz ile wody należy dolać do 2 litrów octu 10%, aby otrzymać ocet 6%.

<b>Rozwiązanie</b>	<b>Komentarz</b>
$x$ – ilość dolanej wody	Wprowadzamy niewiadome.
$0\% \cdot x + 10\% \cdot 2 = 6\%(x + 2)$	Układamy równanie. Wodę traktujemy jako roztwór 0%.
$\begin{aligned} 0 \cdot x + 0,1 \cdot 2 &= 0,06(x + 2) \\ 0,2 &= 0,06x + 0,12 \\ -0,06x &= 0,12 - 0,2 \\ -0,06x &= -0,08 / :(-0,06) \\ x &= \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3} \end{aligned}$ <p>Odp. Należy dolać <math>1\frac{1}{3}</math> litra wody.</p>	Zamieniamy procenty na ułamki i rozwiązujemy równanie.

**Przykład 3.4.5.** Dwaj koledzy mieszkają w odległości 100 km i wyruszają jednocześnie na spotkanie jadąc naprzeciw siebie na rowerach – pierwszy z prędkością 20 km/h, drugi z prędkością 15 km/h. Po jakim czasie i w jakiej odległości od miejsc zamieszkania nastąpi spotkanie, jeśli drugi z nich miał 20 minut przerwy.

Rozwiązanie	Komentarz
<p><math>s_1</math> - droga pokonana przez pierwszego kolegę  <math>s_2</math> - droga pokonana przez drugiego kolegę</p> <p><math>t_1</math> - czas w jakim jechał pierwszy kolega  <math>t_2</math> - czas w jakim jechał drugi kolega</p> <p><math>v_1</math> - prędkość z jaką jechał pierwszy kolega  <math>v_1 = 20 \text{ km/h}</math>  <math>v_2</math> - prędkość z jaką jechał drugi kolega  <math>v_2 = 15 \text{ km/h}</math></p> <p><math>v_1 = \frac{s_1}{t_1} \cdot t_1</math>                      <math>v_2 = \frac{s_2}{t_2} \cdot t_2</math>  <math>s_1 = v_1 \cdot t_1</math>                          <math>s_2 = v_2 \cdot t_2</math>  <math>s_1 = 20t_1</math>                              <math>s_2 = 15t_2</math></p>	<p>Wprowadzamy niewiadome.</p> <p>Analizujemy zależność między prędkością, czasem i drogą</p>
<p><math>s_1 + s_2 = 100</math>  <math>20t_1 + 15t_2 = 100</math></p>	<p>Układamy pierwsze równani wykorzystując:  <i>Dwaj koledzy mieszkają w odległości 100 km .</i></p>
<p><math>20 \text{ min} = \frac{20}{60} \text{ h} = \frac{1}{3} \text{ h}</math>  <math>t_2 = t_1 - \frac{1}{3}</math></p>	<p>Zamieniamy minuty na godziny.</p> <p>Układamy drugie równanie wykorzystując:  <i>(...)wyruszają jednocześnie na spotkanie(...)drugi z nich miał 20 minut przerwy.</i></p>
<p><math>\begin{cases} 20t_1 + 15t_2 = 100 \\ t_2 = t_1 - \frac{1}{3} \end{cases}</math></p>	<p>Budujemy układ równań.</p>
<p><math>\begin{cases} 20t_1 + 15\left(t_1 - \frac{1}{3}\right) = 100 \\ t_2 = t_1 - \frac{1}{3} \end{cases}</math>  <math>\begin{cases} 20t_1 + 15t_1 - 5 = 100 \\ t_2 = t_1 - \frac{1}{3} \end{cases}</math></p>	<p>Układ równań rozwiązujemy metodą podstawiania.</p>

$\begin{cases} 35t_1 = 105 / : 35 \\ t_2 = t_1 - \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = t_1 - \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 3 - \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 2\frac{2}{3} \end{cases}$ $2\frac{2}{3}h = 2h \text{ i } 40 \text{ min}$		
$s_1 = 20t_1$ $s_1 = 20 \cdot 3$ $s_1 = 60$	$s_2 = 15t_2$ $s_2 = 15 \cdot 2\frac{2}{3}$ $s_2 = 15 \cdot \frac{8}{3}$ $s_2 = \frac{120}{3}$ $s_2 = 40$	Obliczamy $s_1$ i $s_2$
Odp. Pierwszy kolega pokonał 60km w czasie 3 godzin, drugi kolega 40km w czasie 2 godzin i 40 minut.		

## ĆWICZENIA

Ćwiczenie 3.4.1. (3pkt.) Mąż i żona mają zgromadzone własne oszczędności na dwóch oddzielnych kontach w banku. Jeżeli mąż oddałby żonie 400 zł, to miałby na koncie o 1400 zł więcej niż żona. Jeżeli natomiast żona oddałaby mężowi 400 zł, to stan konta męża byłby dwa razy większy niż konta żony. Jakie oszczędności mają w banku małżonkowie?

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie pierwszego równania	1
2	Podanie drugiego równania	1
3	Podanie odpowiedzi.	1

Ćwiczenie 3.4.2. (3pkt.) Kwotę 950 zł wypłacono banknotami po 20 zł i 50 zł, przy czym banknotów 20 zł było o 2 więcej niż banknotów 50 zł. Ile było banknotów każdego rodzaju ?

**schemat oceniania**

<b>Numer odpowiedzi</b>	<b>Odpowiedź</b>	<b>Liczba punktów</b>
1	Podanie pierwszego równania	1
2	Podanie drugiego równania	1
3	Podanie odpowiedzi	1

Ćwiczenie 3.4.3. (3pkt.) Suma dwóch liczb naturalnych jest równa 123. Dzieląc większą z nich przez mniejszą, otrzymujemy iloraz 3 i resztę 23. Znajdź te liczby.

**schemat oceniania**

<b>Numer odpowiedzi</b>	<b>Odpowiedź</b>	<b>Liczba punktów</b>
1	Podanie pierwszego równania	1
2	Podanie drugiego równania	1
3	Podanie odpowiedzi.	1